

Prace domowe

Piotr Hofman

28 października 2017

1 Praca domowa 09.10.2017 termin oddania 13.10.2017

Rozwiązania proszę zostawiać w mojej przegródce korytarzu do sekretariatu instytutu matematyki i informatyki. <https://www.mimuw.edu.pl/plan-budynku#sala4661>

Zadanie 1

Pokaż przez indukcję, że każdy trójwymiarowy wielościan W może zostać rozłożony na sumę czworościanów o wierzchołkach w wierzchołkach wielościanu W w taki sposób aby każde dwa czworościany miały rozłączne wnętrza (mogą się sytykać tylko bokami, krawędziami lub wierzchołkami).

Zadanie 2

Podaj przykład dwóch zbiorów $A \neq B$, takich że $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$.

Zadanie 3

Niech $X_i = \{n \in \mathbb{N} | n > i\}$ czy $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} X_i = \mathbb{N} \setminus (\bigcap_{i \in \mathbb{N}} X_i)$?

2 Praca domowa 16.10.2017 termin oddanie 20.10.2017

Rozwiązania proszę zostawiać w mojej przegródce korytarzu do sekretariatu instytutu matematyki i informatyki. <https://www.mimuw.edu.pl/plan-budynku#sala4661>

Zadanie 1

Udowodnić, że dla dowolnych zbiorów A, B zachodzi równoważność: $A \cap B = \emptyset$ wtedy i tylko wtedy, gdy $P(A) \cap P(B) = \{\emptyset\}$.

Zadanie 2

Niech $A \in P(P(\mathbb{R}))$ będzie rodziną zbiorów spełniającą warunek

$$\forall B \in A \forall C \subseteq \mathbb{R} C \subseteq B \implies C \in A.$$

Pokazać, że $\bigcup A = \{z \in \mathbb{R} | \{z\} \in A\}$.

Zadanie 3

Dla dowolnego zbioru A , przez $P_2(A)$ oznaczmy rodzinę wszystkich dwuelementowych podzbiorów zbioru A . Niech $\{X, Y\}$ będzie podziałem zbioru $P_2(N)$, tj. niech $X \cap Y = \emptyset$ oraz $X \cup Y = P_2(N)$. Pokazać, że istnieje taki nieskończony zbiór A , że $P_2(A) \subseteq X$ lub $P_2(A) \subseteq Y$.

3 Praca domowa 23.10.2017 termin oddanie 27.10.2017

Rozwiązania proszę zostawiać w mojej przegródce korytarzu do sekretariatu instytutu matematyki i informatyki. <https://www.mimuw.edu.pl/plan-budynku#sala4661>

Zadanie 1

Czy dla każdej funkcji $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ istnieje taka funkcja $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, że $f = g \circ g$?

Zadanie 2

Niech $f : A \rightarrow B$ i niech $g : P(B) \rightarrow P(A)$ będzie taka, że $g(Y) = f^{-1}(Y)$, dla $Y \subseteq B$. Udowodnić, że jeśli $\mathcal{R} \subseteq Rg(g)$ to $g(\bigcup g^{-1}(\mathcal{R})) = \bigcup \mathcal{R}$. (Rg to obraz)

Zadanie 3

Udowodnić, że jeśli $A_n \subseteq A_{n+1}$ dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$, to $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \bigcup_{n \in H} A_n$, dla dowolnego nieskończonego $H \subseteq \mathbb{N}$.

4 Praca domowa 28.10.2017 termin oddanie 3.11.2017

Rozwiązania proszę zostawiać w mojej przegródce korytarzu do sekretariatu instytutu matematyki i informatyki. <https://www.mimuw.edu.pl/plan-budynku#sala4661>

Zadanie 1

Pokazać, że jeśli $f : X \rightarrow Y$ jest różnowartościowa oraz $A \subseteq Y$ to przeciwobraz A przy przekształceniu f jest tym samym, co obraz A przy przekształceniu f^{-1} .

zadanie 2

Niech $f : A \rightarrow A$. Udowodnić, że $f \circ f = f$ wtedy i tylko wtedy gdy $f|_{Rg(f)} = id_{Rg(f)}$.